

КУРСОВА ЗАДАЧА

МАТЕМАТИКА 1, ЗАДОЧНИ СТУДЕНТИ

Задача 1. Да се решат уравненията:

1. $\log_3 x + 3a \log_x 3 = a + 3$; 2. $\sin 2x - \cos x + 4a \sin x = 2a$.

Задача 2. Да се решат неравенствата:

1. $|x^2 - ax| < a + 1$; 2. $\frac{x-a}{x-a-2} + \frac{x+2}{x-1} \leq 2$.

Задача 3. Да се намерят най-малката и най-голямата стойност на функцията:

1. $f(x) = x^4 - 2x^2 + a$, $x \in [-2; 2]$; 2. $f(x) = \frac{x}{x^2 + a}$, $x \in [-4; 4]$.

Задача 4. Дадена е матрицата

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & a \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят:

1. Матрицата $f(A)$, където $f(x) = x^2 - 2x$;
2. Детерминантата на матрицата A ;
3. Матрицата A^{-1} .

Задача 5. Дадени са матриците:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ a-1 & 3 & a \\ -1 & 2 & a-2 \end{pmatrix}, \quad \bar{b} = \begin{pmatrix} a+1 \\ 2a-4 \\ a-5 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят:

1. Рангът на матрицата A ;
2. Решението на системата $A\bar{x} = \bar{b}$.

Задача 6. Даден е квадрат $ABCD$, където върховете $A(1, a)$ и $C(3, 3a)$ лежат на диагонал на квадрата. Да се намерят:

1. Координатите на върховете B и D на квадрата;
2. Лицето S на квадрата.

Задача 7. Да се намерят границите:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + x - ax - 1}{x^2 + ax - x - a}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + ax - a} - x \right).$$

Задача 8. Да се намерят уравненията на допирателните към графиката на функцията f в точките $(0, f(0))$ и $(a, f(a))$, където :

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x-a}{x+a}.$$

Задача 9. Да се изследват и построят графиките на функциите:

$$1. f(x) = \frac{x^2 + a}{x - a}; \quad 2. f(x) = x^2 e^{-ax}.$$

Задача 10. Да се решат интегралите:

$$1. \int (ax^2 + 1) \sin x \, dx; \quad 2. \int \frac{x+a}{(x-a)(x^2+1)} dx;$$
$$3. \int_a^{2a} \frac{\ln(x+a)}{x+a} dx; \quad 4. \int_0^a \sqrt{x^2+a} \, dx.$$

ЗАБЕЛЕЖКА 1. Числото a е означено с последната ненулева цифра от факултетния номер на студента.

ЗАБЕЛЕЖКА 2. Курсовата задача е изпълнена, ако са решени поне 50% от поставените задачи.

ЗАБЕЛЕЖКА 3. Всеки студент, който е изпълнил курсовата задача, получава необходимия брой кредити и се допуска до изпит.

ЗАБЕЛЕЖКА 4. Курсовата задача се представя на изпитващия преподавател само по време на изпит.

ЗАБЕЛЕЖКА 5. Курсовата задача се предоставя на изпитващия преподавател само след успешно положен изпит.