

РЕЦЕНЗИЯ

върху дисертационен труд за придобиване на образователната и научна степен „доктор“

Автор на дисертационния труд: ас. Цветелин Цветанов Цветков, катедра Математика, ХТМУ – София;

Тема на дисертационния труд: „Метод на блуждаещите най-малки квадрати: Оценки, примери и приложения“

Научна област: 4. Природни науки, математика и информатика;

Професионално направление: 4.5. Математика;

Научна специалност: Математическо моделиране и приложение на математиката;

Изготвил рецензията: проф. д-р Ангел Борисов Дишлиев, катедра Математика, ХТМУ – София.

1. Отправни и нормативни документи

При изготвянето на моята рецензия ще се съобразя стриктно със следните изисквания на съответните нормативни документи:

1. Според чл. 6 ал. 3 от Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), а също така съгласно чл. 11 ал. 1 от Правилника за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности (ППНСЗД) в ХТМУ следва, че дисертационният труд за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ трябва да съдържа (цитирам): „...научни или научноприложни резултати, които представляват оригинален принос в науката...“;
2. От ППНСЗД в ХТМУ и в частност съгласно препоръчителните критерии за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ (виж чл. 11 ал. 4) е необходимо (цитирам): „Дисертационният труд трябва да се основава най-малко на една публикация в списание с импакт фактор, или на две научни публикации в научни издания без импакт фактор, или на три научни публикации в доклади на международни научни форуми, отпечатани в пълен текст в сборници с редактор“;
3. Цитирам чл 11 ал 5 от ППНСЗД в ХТМУ: „Авторефератът трябва да съдържа цели и задачи, използвани методи, получени основни резултати, изводи, заключения ...“;
4. Моята рецензия също така ще бъде събразена с изискванията на §11, ал. 1 ППНСЗД в ХТМУ.

2. Кратки биографични данни и характеристика на научните интереси на кандидата

Като най-важни етапи в образованието и професионалното развитие на ас.

Ц. Цветков бих посочил следните:

1. През 1991 г. същият завършва Немска езикова гимназия „Карл Либхнехт“ – София;
2. Магистърска степен като инженер-химик придобива през 1996 г. в ХТМУ-София;
3. Следващата година г-н Ц. Цветков завършва магистърска степен в ТУ-София като мениджър;
4. През 2013 г. е назначен като асистент в катедра Математика на ХТМУ, където работи и понастоящем;
5. Той е бил редовен докторант през периода 01.03. 2015 г до 18.02. 2018 г., когато е отчислен с право на защита.

Научните му интереси могат да се групират както следва:

1. Математическо моделиране в популационната динамика;
2. Приложни методи на линейната алгебра;
3. Апроксимация и интерполация на данни;
4. Математическо моделиране на динамични процеси в химико-технологичните процеси.

Ас. Ц. Цветков е автор на 6 публикации и всичките са посветени на различни въпроси от посочения по-горе списък от научни интереси. Неговите резултати са цитирани 12 пъти.

3. Основни технически данни за дисертационния труд

Основните данни са следните:

- заглавие: „Метод на блуждаещите най-малки квадрати: Оценки, примери и приложения“;
- автор: ас. Цветелин Цветанов Цветков;
- научен ръководител проф. д-р Светослав Иванов Ненов;
- област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;
- професионално направление: 4.5. Математика;
- научна специалност: Математическо моделиране и приложение на математиката;
- съдържание на дисертационния труд: увод и основно изложение, състоящо се от 4 глави (първата глава можем да приемем за увод) с общо 25 секции; приложение, съдържащо 5 секции; библиография; декларация; списък на публикациите на автора по дисертацията;
- брой страници на дисертацията: 145;
- брой страници на основното изложение: 79 (глави с номера 3 и 4);
- брой фигури: 9;
- брой публикации на автора по дисертацията: 2;
- брой литературни източници в библиографията: 283.

4. Актуалност на проблема

Апроксимирането на числови данни е задача, чието място в човешкото познание не е нужно да се подлага на съмнение, а значимостта на тази теория да се коментира. С решаването на отделни сегменти от тази задача са се занимавали почти всички известни математици от епохата на създаването на основите на математическия анализ и линейната алгебра. Тук е достатъчно да споменем имената на Gauss, Lagrange и Euler. Апроксимирането на данни придобива още по-голямо значение в съвременността след въвеждането на компютърна обработка на данните. Получените резултати се отразяват върху почти всички съвременни науки, които ползват статистическа информация и математическо обработване на информацията. Като примери ще посочим теория на управлението (изглаждане на информацията, отстраняване на „шум“), популационна динамика (намиране на адекватни модели на развитие чрез дискретни измервания на параметри на популациите), демография (прогнозиране на развитието на параметри на обществото) и много други. Теория на апроксимирането е основен дял на математическото моделиране с постоянно нарастващо значение.

5. Преглед на дисертационния труд и анализ на резултатите

В началото на всяка от четирите глави на дисертацията е направено кратко резюме на задачите и целите, предмет на изследване в главата. В края на всяка от тези глави е дадена изчерпателна справка за ползваните литературни източници и постигнатите резултати, което дава възможност на читателя да прецени приносите на дисертанта.

Глава първа: Както казах, в началото на рецензията, главата има уводен характер. Направена е интересна историческа ретроспекция на метода на най-малките квадрати, което безспорно от една страна е любопитно, а от друга обогатява читателя. Тъй като след прилагане на метода на най-малките квадрати (в неговата класическа линейна форма) се достига до решаване на линейни системи алгебрични уравнения, то авторът е описал възможността за намиране на решението (всъщност това са коефициентите на линейната апроксимация) в матрична форма. За целта е възможно да се използва QR форма на матрицата от коефициентите на линейната система. Решението се получава в удобна компактна матрична форма. Аналогично, възможно е да се използва SVD декомпозиция на матрицата от коефициентите и отново решението се получава в удобна компактна матрична форма. Направен е сравнителен анализ на броя на матричните операции при различните методи за решаване на линейната система. Според мен е по-важно да се направи сравнителен анализ на броя на аритметичните операции в тези методи.

Глава втора: Разгледани са основите на метода на най-малките квадрати в нормирани пространства, а също така и в частния случай на крайномерни Евклидови пространства. И в двата случая е разгледана линейната

апроксимация, т.е. търсената апроксимираща функция е линейна комбинация на предварително зададени (краен брой) линейно независими функции, принадлежащи на разглежданото пространство. С други думи, апроксимиращата функция принадлежи на линейната обвивка на базовите линейно независими функции. За намирането на най-добрата апроксимираща функция от линейната обвивка е предложен подход, при който се минимизира квадратична форма при допълнителни линейни условия. По същество подходът представлява метод на Лагранж за намиране на условен екстремум.

Глава трета: Посветена е на метода на блуждаещите най-малки квадрати. Този метод, базиран на класическия метод на най-малките квадрати е сравнително нов (както е отбелязал авторът, първата публикация е през 1968 г. на Shepard). Същността на метода се състои в добавянето на теглова функция към минимизирането на средно-квадратичното отклонение между изходната таблично зададена функция (която апроксимираме) и произволен представител на линейната обвивка на линейно независимите базови функции. Разгледаният метод задължително се прилага с помощта на подходящи компютърни програми, тъй като аритметичните операции нарастват многократно (допустимо е хиляди пъти повече) в сравнение с класическия метод на най-малките квадрати. Основният обект на минимизиране е следната многопараметрична функция:

$$\Phi(x, \alpha, \beta_1, \dots, \beta_n) = \sum_{i=1, m} W(|x - x_i|, \alpha) \left(y_i - \sum_{j=1, n} \beta_j p_j(x_i) \right)^2,$$

където:

- Φ е функцията, която минимизираме;
- x е произволен аргумент, принадлежащ на дефиниционното множество на функциите от апроксимиращата линейна обвивка;
- α е параметър на семейството, към което принадлежи тегловата функция – най-често срещаните семейства теглови функции имат вида

$$W(|x - x_i|, \alpha) = W(r, \alpha) = \begin{cases} r^2 \exp(-\alpha r^2), \\ \exp(-\alpha r^2), \\ r^{-\alpha}; \end{cases}$$

- (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, m$ са известни точки от графиката на функцията, която апроксимираме;
- $p_j(\cdot)$, $j = 1, 2, \dots, m$ са линейно независимите базови функции;
- β_j , $j = 1, 2, \dots, m$ са търсените коефициенти на най-добрата апроксимираща функция от линейната обвивка.

Ще посочим някои специфични особености на метода:

- Голямо разнообразие от параметри на минимизация;
- Необходимо е добро познаване на апроксимираната функция – само тогава ще се осъществи подходящ избор на базовите функции;

- Изборът на тегловата функция е важен и би трябвало да е съобразен с желаните качества на апроксимацията;
- Изборът на аргумента x е свързан с търсената информация за апроксимиращата функция, а оттам и точността на апроксимацията. Обикновено x съвпада с възлите на апроксимираната функция;
- Както казах, броят на операциите при метода на блуждаещите най-малки квадрати многократно нараства (в сравнение с класическия метод) и зависи от броя на избраните стойности на променливата x . Действително, за всеки избор на стойността на $x \in [a, b]$ (тук $[a, b]$ е дефиниционният интервал на функциите $p_j(\cdot)$, $j=1, 2, \dots, m$) се извършва минимизиране на функцията $\Phi(x, \alpha, \beta_1, \dots, \beta_n)$, т.е. минимизацията не е еднократна, както при класическия метод.

Точката $(\beta_1^*, \dots, \beta_n^*)$ (при фиксирани x и α), в която се достига минимума на $\Phi(x, \alpha, \beta_1, \dots, \beta_n)$, съвпада с коефициентите на функцията на най-добро приближение, която има вида $\sum_{j=1, n} \beta_j^* p_j(\cdot)$. Ясно е, че

$$(\beta_1^*, \dots, \beta_n^*) = (\beta_1^*(x, \alpha), \dots, \beta_n^*(x, \alpha)).$$

При смяната на x отново се минимизира функцията $\Phi(x, \alpha, \beta_1, \dots, \beta_n)$ и т.н. Накрая, стойността на апроксимиращата функция в точката $x \in [a, b]$ по метода на блуждаещите най-малки квадрати съвпада с $\sum_{j=1, n} \beta_j^*(x, \alpha) p_j(x)$.

В дисертацията са приведени редица резултати, които се отнасят за определяне на апроксимиращата функция (или по-точно на нейните коефициенти, които я идентифицират като елемент на споменатата по-горе линейна обвивка). Коефициентите на апроксимиращата функция са дадени в затворена матрична форма, както в нормирани пространства, така и в често срещания случай на крайномерни Евклидови пространства.

Тук (в тази глава) са поместени и някои резултати на дисертанта, отнасящи се до свойствата на апроксимиращата матрица, като: симетричност, граница на нейните собствени стойности, оценки на нормата ѝ.

Глава 4: Приложните резултатите, установени в тази глава, осмислят разработките, дадени от г-н Ц. Цветков в предходните глави. Изходната числова информация съдържа данните за 140 дизелови горива. Данните са реални и са предоставени от ЛУКОЙЛ Нефтохим Бургас. Целта е да се намери приближено пресмятане на цетановото число чрез плътността и дистиляционните характеристики на горивата. Апроксимациите на числовите данни се базират на методите на най-малките квадрати и блуждаещите най-малки квадрати. Методите използват вградени процедури. Изчислени са грешките при тези методи. Тегловите функции имат вида:

$$\exp\left(a \|x - x^*\|^2\right); (x - x_i)^2 \exp\left(a (x - x_i)^2\right).$$

Целта на няколко приложения (поместени в края на дисертацията) е да се ползват от читателя като удобен справочник. Формулирани са редица факти от линейната алгебра, като норми на матрици, видове и свойства на нормите, собствени стойности и вектори на матрици, форми на Jordan на матрици и други. Чрез приложенията според мен се постигат две цели: първо - дисертацията е представена в затворена форма (без необходимост от ползването на допълнителна литература) и второ - кръгът от читатели се разширява и към него може да включат и специалисти без професионално математическо образование. Освен това да не забравяме, че търсената от автора степен е **образователна** и научна, поради което тези приложения трябва да се приемат за естествени.

Накрая на тази точка от рецензията ще подчертая, че доказателствата на твърденията (теорема, леми, следствия, забележки и др., като ще отбележа, че част от тези твърдения са дело на автора на дисертационния труд) са пълни, последователни и без излишества. Не се съмнявам в тяхната достоверност. Условиата са лаконични и сравнително малко на брой. Те са ясно формулирани и лесно проверяеми. Изнесени са извън формулировката на твърденията, което дава възможност да се ползват в няколко твърдения без излишно да се повтарят. Достатъчният брой примери илюстрира няколко факта:

- приложимост на резултатите;
- нагледност на получените апроксимиращи функции;
- проверяемост на условията;
- достоверност на резултатите;
- валидност на резултатите за често срещани и сравнително прости примери.

6. Оценка на съответствието между автореферата и дисертационния труд

Авторефератът отговаря на изискванията на чл. 11 ал. 5 от ППНСЗД в ХТМУ. В него са посочени:

- основни цели и задачи на дисертационния труд;
- използваните методи съвпадат с:
 - традиционните методи на математическия анализ и в частност различни модификации на метода на най-малките квадрати – от своя страна споменатият метод може да се разглежда като оптимизационен метод;
 - приложните методи на линейната алгебра (например QR алгоритъм, SVD алгоритъм, пертурбационен анализ, специални методи на матричното смятане и др.);
- основните дефиниции и нови понятия;
- основните теореми;
- основните моделни примери;
- изводи и заключения (формулирани под формата на забележки);
- декларация за автентичност;
- публикации на дисертанта;
- библиография.

Формално, авторефератът е изготвен съгласно изискванията на правилника на ХТМУ. Материалът е изложен така и в такъв обем, че читателят може да добие пълна и адекватна представа за резултатите, описани в дисертацията. Струва ми се, че обемът на включените в автореферата факти надвишава целите на този документ. Част от представената информация е излишна (намира се извън основната идейна линия на изложението на материала от дисертацията). По този начин, допълнително се усложнява и претоварва основната цел и задача на читателя: „да придобие представа за съдържанието на дисертационния труд“.

7. Характеристика и оценка на научните приноси в дисертационния труд

Считам, че получените резултати в дисертацията са полезни и интересни, но все пак времето ще покаже до каква степен те ще окажат влияние върху бъдещата изследователска работа на дисертанта, както и на други изследователи в това или сходни направления.

Изследванията допълват знанията в областта на теорията на апроксимациите, като адаптираните схеми на дисертанта (за решаване на конкретни задачи на математическото моделиране) имат по-широка значимост от демонстрираната в дисертацията.

Важна специфична особеност на разглежданията на дисертанта е възможността за приложения на разработените изчислителни схеми при моделирането и качествено изследване на процеси, за които информацията, която е достъпна или с която се разполага, е дискретна във времето (обикновено информацията се придобива чрез моментни измервания на параметрите на изследваните процеси). Това предполага познаването на редица основни методи за обработка на матрични масиви от данни. В основата си това са методите на линейната алгебра. При теоретичните разработки на автора и при решаването на конкретни задачи (някои с практическа насоченост) се съблюдават различни фундаментални принципи на числения анализ:

- Определяне на порядъка и типа на аритметичните действия в отделните изчислителни схеми;
- Оценка на грешките;
- Устойчивост на числените методи;
- Сравняване на различни методи – качество (точност) на резултатите, брой операции, адаптивност към компютърни пресмятания и др.

Прилагането на горните принципи е показано многократно в дисертационния труд.

8. Мнение за публикациите на дисертанта по темата на дисертационния труд

Върху дисертационния труд са публикувани две научни статии. Първата от тях е публикувана в списанието *Energy & Fuels* през 2015 г. Резултатите,

описани в публикацията, съвпадат с изложението, представено в последната и основна глава на дисертацията. Тази статия (според мен) ще послужи като модел на всички евентуални бъдещи публикации на дисертанта, в които се изучават проблеми, свързани с апроксимиране на числови данни. Съществено е да отбележим, че тълкуването на получените резултати в термините на изучаваните процеси е важен етап от математическото моделиране, който също може да бъде взиман от дисертацията.

Втората статия е публикувана в списанието *Advances in Pure Mathematics*, през 2015 г. в която са получени някои от теоретичните резултати, представени от дисертанта в трета глава на дисертационния труд.

Голяма част от резултатите в дисертацията засега не са публикувани. Те могат да служат за основа на други нови публикации на автора. Изследванията в параграфите с номера от 3 до 7, засега не са публикувани.

Съгласно чл. 11 ал 4 от ППНСЗД в ХТМУ, броят на публикациите на ас. Цветелин Цветков, представени за придобиване на образователната и научна степен доктор, удовлетворяват минималните изисквания.

9. Критични бележки и коментари

Нямам съществени критични бележки и коментари, освен неизбежните синтактични и няколко правописни грешки, забелязани в текста на дисертацията. Считам, че този тип бележки не трябва да бъдат предмет на дискусия.

Струва ми се, че в дисертацията и автореферата по-ясно и категорично би трябвало да се посочат целите, поставени и постигнати в дисертационния труд и особено тези, които са дело на дисертанта. Според мен липсва и заключение (от типа „приноси на автора“), в което декларативно да се посочат основните заслугите на дисертацията.

10. Лични впечатления за дисертанта

Познавам колегата Цветелин Цветков повече от 15 години, още от времето, когато той беше студент в ХТМУ. Той винаги е поддържал топли отншения с повечето от колегите в катедра Математика, макар че през тези години изобщо не е имало идея след завършването на висшето си образование, той да стане член на тази катедра. Последните ми впечатления (периода от 2013 г. до сега) са свързани с неговата работа като докторант и асистент към катедрата. През този период той се справяше напълно с поставените му учебни и научни задачи. Към задълженията си се отнасяше сериозно и имам чувството с интерес и желание. Наблюдавам неговото професионално израстване, което безусловно ме радва. През последните три години (когато беше редовен докторант към катедрата) неговите научни интереси се насочиха в областта на математическото моделиране, а също така и към диференциалните уравнения и по-скоро към техните приложения. Поради сходните ни научни интереси и от

беседите, които съм провеждала с него, считам че за това време той достигна до нивото на изграден специалист в областта на приложенията на математиката.

11. Заключение

Получените резултати в дисертационния труд ми дават основание да направя следните изводи:

1. Дисертационният труд съдържа теоретични резултати, които обобщават и адаптират някои известни класически твърдения в математическото моделиране и които по-конкретно представляват новост в теорията на апроксимациите и приложенията ѝ. Те са оригинален принос на дисертанта и представляват научен интерес;
2. Дисертационният труд съдържа множество примери, демонстриращи теорията, а също и приложни математически модели на динамични процеси, които илюстрират важността и приложимостта на разглежданите в дисертацията теоретични резултати;
3. Достиженията в дисертационния труд отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и ППНСЗАД в ХТМУ за придобиване на научната степен „доктор“.

Поради посочените по-горе факти оценявам **положително** изследванията в дисертацията.

Предлагам на научното жури да присъди образователната и научна степен „доктор“ на ас. Цветелин Цветанов Цветков в:

област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика;

професионално направление: 4.5 Математика;

научна специалност: Математическо моделиране и приложение на математиката.

31. 05. 2018 г.

Рецензент:.....

/проф. А. Дишлиев/