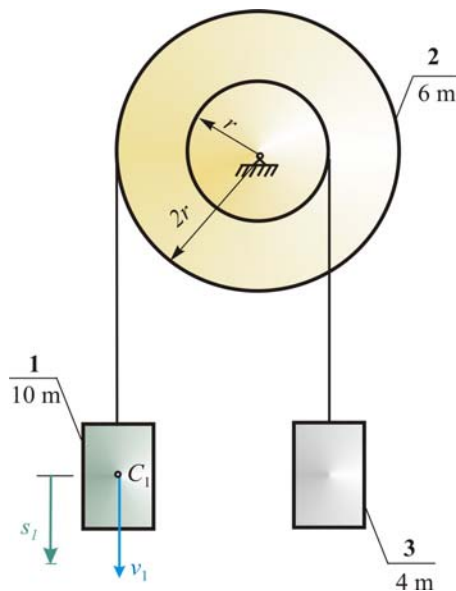


Задача Д 4.1 Механична система, състояща се от три тела се привежда от състояние на покой в движение под действие на силите на тежестта - фиг.1. Да се определи преместването S на първото тяло, ако началната му скорост е $v_1 = 2$ [m/s]. Нишките да се приемат за безтегловни, идеално гъвкави и неразтегливи. Решението да се проведе при следните числени данни: $r = 0,4$ [m]; $m = 10$ [kg]; $g = 10$ [m/s²].



Решение:

Телата **1** и **3** извършват транслационно движение, а тяло **2** - ротация.

Поради неразтегаемостта на нишките, предаващи движението между телата от системата, за скоростта на т.В следва $v_B = v_1 = 2$ [m/s].

фиг. 1

Забележка: Всички скорости са изобразени на фиг. 2.

От друга страна, ако скоростта на същата точка се изрази като скорост на точка от ротационно движещото се тяло **2**, се определя неговата ъглова скорост ω_2 :

$$v_B = \omega_2 2r \rightarrow \omega_2 = \frac{v_B}{2r} = \frac{2}{2 \cdot 0,4} = 2,5 \text{ [s}^{-1}\text{]}.$$

Тогава за скоростта на т. D следва $v_D = \omega_2 r = 2,5 \cdot 0,4 = 1$ [m/s], а скоростта на тяло **3** е $v_3 = v_D = 1$ [m/s] (поради неразтегаемостта на нишките).

Кинетичната енергия на механичната система е сума от кинетичните енергии на трите тела: $E_K^{MC} = E_{K_1} + E_{K_2} + E_{K_3}$.

За всяко от тях съответната кинетична енергия се определя като:

$$E_{K_1}^T = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{10m v_1^2}{2} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 2^2}{2} = 200 \text{ [J];}$$

$$E_{K_2}^P = \frac{J_{Z_2} \omega_2^2}{2} = \frac{17,1 \cdot 2,5^2}{2} = 53,44 \text{ [J],}$$

където $J_{Z_2} = m_2 i_{C_2}^2 = 6m \left(\frac{2}{3} 2r \right)^2 = 6 \cdot 10 \cdot \frac{4}{9} \cdot (2,0,4)^2 = 17,1 \text{ [kg.m}^2\text{];}$

$$E_{K_3}^T = \frac{m_3 v_3^2}{2} = \frac{4m v_3^2}{2} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 1^2}{2} = 20 \text{ [J].}$$

Тогава за кинетичната енергия на механичната система следва:

$$E_K^{MC} = \sum_{i=1}^3 E_{K_i} = 200 + 53,44 + 20 = 273,44 \text{ [J].}$$

Върху системата като външни сили действат единствено силите на тежлата на трите тела (фиг. 2). В случая за работата на всяка от тези сили имаме:

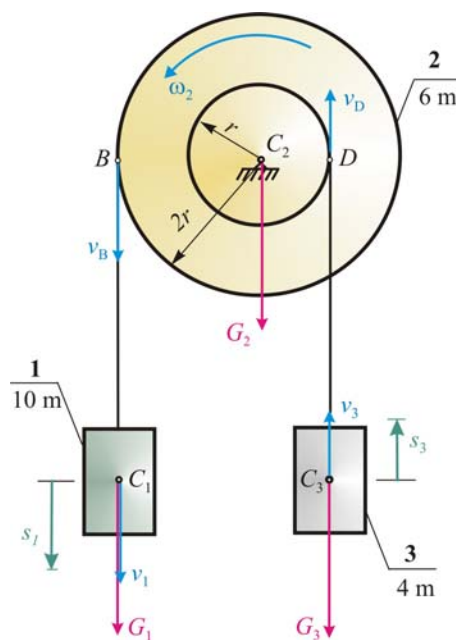
$$\begin{aligned} A_1 &= A_{G_1} = G_1 S_1 = m_1 \cdot g \cdot S_1 = \\ &= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot S_1 = 1000 \cdot S_1 \text{ [J];} \end{aligned}$$

$$A_2 = A_{G_2} = G_2 \cdot S_2 = 0 \text{ [J].}$$

(В случая силата G_2 не извършва работа, тъй като центъра на тежестта на тялото, където тя е приложена, не се премества);

$$\begin{aligned} A_3 &= A_{G_3} = -G_3 S_3 = -m_3 \cdot g \cdot S_3 = \\ &= -4 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot S_1 = -200 \cdot S_1 \text{ [J],} \end{aligned}$$

където за определяне на преместването на масовия център на тяло **3** се ползва зависимостта:



фиг. 2

$$\frac{S_3}{S_1} = \frac{v_3}{v_1} \rightarrow S_3 = \frac{S_1 v_3}{v_1} = \frac{S_1 \cdot 1}{2} = 0,5 \cdot S_1 \text{ [m]}.$$

Следователно тоталната работа на всички сили, приложени върху трите тела от системата, е:

$$A^{\text{MC}} = \sum_{i=1}^3 A_i = 1000 \cdot S_1 + 0 - 200 \cdot S_1 = 800 \cdot S_1 \text{ [J]}.$$

След заместване на получените стойности за кинетичната енергия и тоталната работа на механичната система в интегралната форма на теоремата

$$E_K^{(2)} - E_K^{(1)} = \sum_{i=1}^n A_i, \text{ се получава } 273,44 - 0 = 800 \cdot S_1, \text{ тъй като } E_K^{(1)} = 0 \text{ (системата}$$

се задвижва от състояние на покой).

Тогава за търсеното преместване следва:

$$S_1 = 273,44 / 800 = 0,34 \text{ [m]}.$$