Задача Д 2.3 Материална точка с маса m = 0,4 [kg] се движи праволинейно под действието на постоянна сила P = 10 [N]. В началния момент скоростта на точката е v_0 = 1 [m/s]. Да се определи скоростта на точката в момента от време, когато тя измине път s = 5 [m].

Решение:

Тъй като действащата сила е постоянна и движението е праволинейно, диференциалното уравнение за движението на точката е:

$$m\ddot{x} = P_x = const\ .$$

От друга страна, поради факта, че в задачата се търси да се определи скоростта v във функция на разстоянието x, е удобно основното уравнение на динамиката да се приведе във вида:

$$ma = m\frac{dv}{dt} = P \quad \rightarrow \qquad mv\frac{dv}{dx} = P\ .$$

Тук $\quad m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dx}.\frac{dx}{dt} = mv\frac{dv}{dx}\ .$

Очевидно за конкретната задача имаме $\ddot{x} = v\frac{dv}{dx}$ и $P_x = P$.

Тогава уравнението на движението може да се запише във вида

$$v\frac{dv}{dx} = \frac{P_x}{m} = const\ ,$$

откъдето след интегриране се изразява скоростта

$$\int_{v_0}^{v} vdv = \int_{x_0}^{x} \frac{P_x}{m}dx\ ; \qquad \frac{1}{2}v^2\Big|_{v_0}^{v} = \frac{P_x}{m}x\Big|_{x_0}^{x}\ ; \qquad \frac{1}{2}\left(v^2 - v_0^2\right) = \frac{P_x}{m}\left(x - x_0\right);$$

$$v^2 = 2\frac{P_x}{m}\left(x - x_0\right) + v_0^2\ .$$

При заместване с конкретните числени стойности в последното равенство за търсената скорост v се получава

$$v^2 = 2\frac{10}{0,4}\left(5 - 0\right) + 1 = 251 \quad \text{или} \quad v = \sqrt{251} = 15,84 \ \text{[m/s]}.$$