

Задача К 1.2 При задания по-долу закон на движение на т. М да се определят декартовото уравнение на траекторията, положението на точката и нейната скорост в началния момент и в момента $t_1 = 1$ [s].

Решението да се представи и в графичен вид.

Закон на движение: $x(t) = 2 - 4 \sin\left(\frac{\pi t^2}{3}\right)$, [m], $y(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi t^2}{3}\right) - 2$, [m].

Решение:

1. Траектория

Записваме закона във вида: $\frac{x-2}{4} = \sin\left(\frac{\pi t^2}{3}\right)$; $\frac{y+2}{3} = \cos\left(\frac{\pi t^2}{3}\right)$.

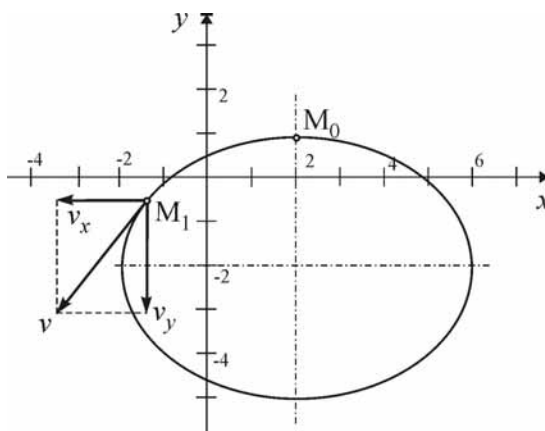
Повдигаме на квадрат всяко от уравненията, след което ги събираме.

Следователно, траекторията е елипса $\frac{(x-2)^2}{4^2} + \frac{(y+2)^2}{3^2} = 1$

с център в точката с координати

(2;-2) и полуоси $a = 4$ и $b = 3$

(фиг. 1).



фиг. 1

2. Положения на точката

при $t = 0 \rightarrow$

$x(0) = 2 - 4 \sin\left(\frac{\pi \cdot 0^2}{3}\right) = 2$;

$y(0) = 3 \cos\left(\frac{\pi \cdot 0^2}{3}\right) - 2 = 3 - 2 = 1$

$\Rightarrow M_0(2;1)$

при $t_1 = 1$ [s] $\rightarrow x(1) = 2 - 4 \sin\frac{\pi}{3} = -1,46$; $y(1) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - 2 = -0,5$

$\Rightarrow M_1(-1,46;-0,5)$.

3. Скорости

Компонентите на скоростта се получават чрез диференциране на уравненията на движението

$$v_x = \dot{x} = -4 \cos\left(\frac{\pi \cdot t^2}{3}\right) \cdot \frac{2\pi}{3} t = -\frac{8\pi}{3} t \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot t^2}{3}\right) [\text{m/s}];$$

$$v_y = \dot{y} = -3 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t^2}{3}\right) \cdot \frac{2\pi}{3} t = -2\pi t \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t^2}{3}\right) [\text{m/s}].$$

При $t_1 = 1$ [s]

$$v_x(1) = -\frac{8\pi}{3} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -4,19 [\text{m/s}]; \quad v_y(1) = -2\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -5,44 [\text{m/s}].$$

Големината на скоростта на точката се определя като

$$v(1) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-4,14)^2 + (-5,44)^2} = 6,86 [\text{m/s}].$$

Направлението и посоката на скоростта на точката се получават като

$$\lambda_v = \cos \alpha_v = \frac{v_x}{v} = \frac{-4,19}{6,86} = -0,6108 \quad \Rightarrow \quad \alpha_v \approx 128^\circ;$$

$$\mu_v = \cos \beta_v = \frac{v_y}{v} = \frac{-5,44}{6,86} = -0,7930 \quad \Rightarrow \quad \beta_v \approx 142^\circ.$$