

Задача С 4.12 Да се определят опорните реакции за показаната на фиг. 1 гредата със следните размери и натоварване: $P = 24$ [kN]; $M = 10$ [kN.m]; $q_0 = q = 24$ [kN/m]; $a = 1,6$ [m]; $\alpha = \pi / 5 = 36^\circ$.

Решение:

Силата в общо положение $2P$ се разлага на две компоненти по направление на координатни оси x и z :

$$P_x = 2P \cos \alpha = 2 \cdot 24 \cdot 0,809 = 38,83 \text{ [kN];}$$

$$P_z = 2P \sin \alpha = 2 \cdot 24 \cdot 0,5878 = 28,21 \text{ [kN].}$$

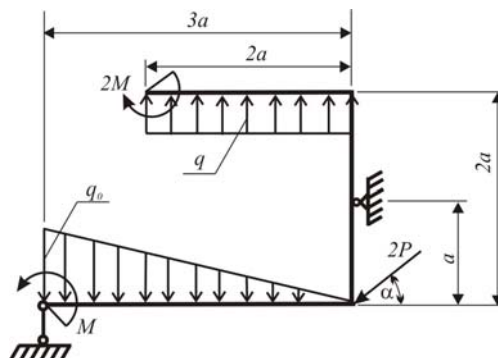
Разпределените товари се заменят със съответните им равнодействащи

$$R_1 = q \cdot l = 24 \cdot 3,2 = 76,8 \text{ [kN];}$$

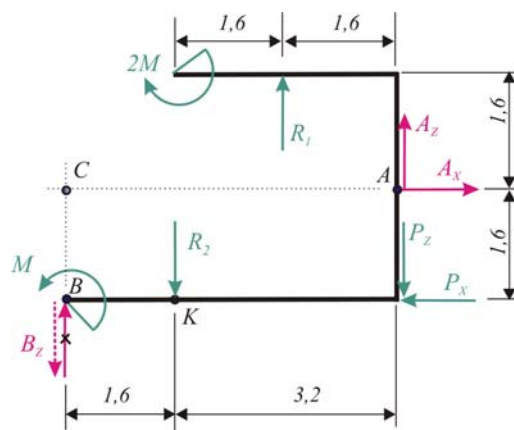
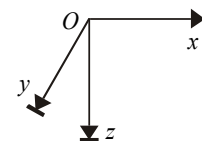
$$R_2 = \frac{1}{2} q_0 \cdot 3a = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 3 \cdot 1,6 = 57,6 \text{ [kN].}$$

След освобождаване на гредата от външните връзки и заместването им със съответните опорни реакции се получава изчислителната схема, представена на фиг.2.

В конкретния случай възникват следните реакции: B_z (в прътовата опора – т. B), A_x и A_z (в неподвижната цилиндрична опора – т. A). Направленията на тези реакции са известни, а предполагаемите им посоки са нанесени



фиг. 1



фиг. 2

върху схемата с плътни стрелки.

За показаната конструкция *подходящата група условия за равновесие* (за определяне на търсените неизвестни A_x , A_z и B_z) включва едно проекционно и две моментови уравнения, като стремежът е да се получат *три независими уравнения с по едно неизвестно*.

Проекционното (силово) уравнение се съставя за тази координатна ос, по която действа само една от неизвестните опорни реакции. В конкретния случай се разписва уравнение за проекциите на силите, действащи по направление на ос x - B_z и A_z не участват и като резултат се намира неизвестната реакция A_x :

$$1) \sum P_{ix} = 0; \quad -P_x + A_x = 0 \quad \therefore \quad A_x = P_x = 38,83 \text{ [kN]}$$

Моментовите уравнения се съставят съответно:

- *спрямо т. А*, като *приложна точка на две от неизвестните опорни реакции* -

A_x , A_z и следователно се определя неизвестната B_z :

$$2) \sum M_{Ai} = 0; \quad M - B_z \cdot 4,8 + R_2 \cdot 3,2 - P_x \cdot 1,6 - R_1 \cdot 1,6 - 2M = 0 \quad \therefore$$

$$B_z = \frac{10 + 57,6 \cdot 3,2 - 38,83 \cdot 1,6 - 76,8 \cdot 1,6 - 20}{4,8} = -\frac{10,69}{4,8} = -2,23 \text{ [kN]}.$$

Знакът минус показва, че действителната посока на опорната реакция B_z (нанесена с пунктирна стрелка) е противоположна на първоначално предполагаемата.

- *спрямо т. С*, като *пресечница на директрисите на двете вече определени опорни реакции* A_x и B_z - отгук следва определянето на реакцията A_z :

$$3) \sum M_{Ci} = 0; \quad M - R_2 \cdot 1,6 - P_x \cdot 1,6 - P_z \cdot 4,8 + A_z \cdot 4,8 + R_1 \cdot 3,2 - 2M = 0 \quad \therefore$$

$$A_z = \frac{-10 + 57,6 \cdot 1,6 + 38,83 \cdot 1,6 + 28,21 \cdot 4,8 - 76,8 \cdot 3,2 + 20}{4,8} = \frac{53,94}{4,8} = 11,24 \text{ [kN]}.$$

Задължителен етап от решаването на задачата е, след намиране на трите неизвестни опорни реакции, да се направи **проверка** на получените резултати.

Подходящо за случая е да се реши **моментово уравнение** спрямо т.К, като по този начин с едно уравнение се проверяват и трите опорни реакции:

$$4) \sum M_{K_i} = 0; \quad M + B_z \cdot 1,6 - P_z \cdot 3,2 - A_x \cdot 1,6 + A_z \cdot 3,2 + R_1 \cdot 1,6 - 2M = 0;$$

$$10 + 3,57 - 90,27 - 62,13 + 35,97 + 122,88 - 20 = 0;$$

$$172,42 - 172,4 = 0;$$

$$0,02 \approx 0.$$

Полученият резултат попада в рамките на допустимите отклонения, които за тази проверка са до една десета.

Наред с това, за конкретната задача може да се ползва и по-просто уравнение за проверка, тъй като не е наложително да се проверява опорната реакция A_x (уравнението за нейното определяне е елементарно и очевидно посоката и числената стойност са верни). Тогава за проверка се ползва уравнението:

$$5) \sum P_{iz} = 0; \quad B_z + R_2 + P_z - A_z - R_1 = 0;$$

$$2,23 + 57,6 + 28,21 - 11,24 - 76,8 = 0;$$

$$88,04 - 88,04 = 0;$$

$$0 = 0.$$