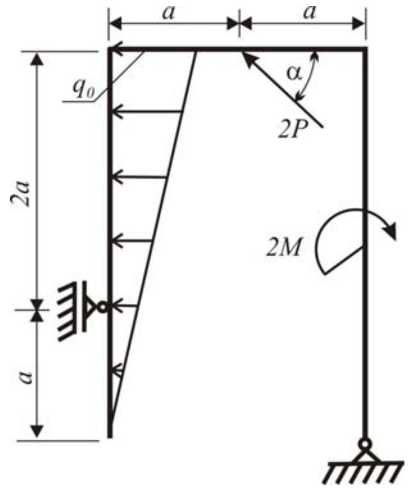
Задача C 4.8 Да се определят опорните реакции за показаната на фиг. 1 греда със следните размери и натоварване:

$P = 18$ [kN]; $M = 12$ [kN.m]; $q_0 = 44$ [kN/m]; $a = 1{,}3$ [m]; $\alpha = \pi / 9 = 20^o$



фиг. 1

Решение:

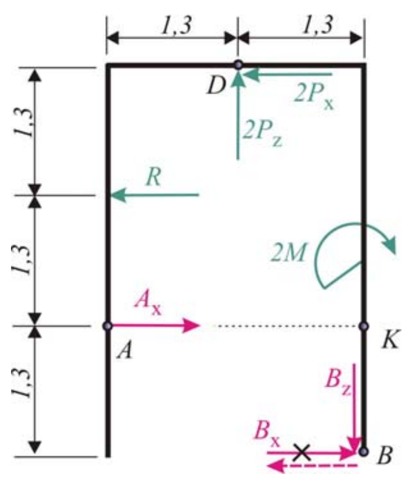
Силата в общо положение $2P$ се разлага на две компоненти по направление на двете координатните оси (избрана е координатна система xOz):

$$P_x = 2P\cos\alpha = 2.18.0{,}9397 = 33{,}83 \text{ [kN]};$$

$$P_z = 2P\sin\alpha = 2.18.0{,}3420 = 12{,}31 \text{ [kN]}.$$

Линейно разпределеният товар се заменя с неговата равнодействаща

$$R = \frac{1}{2} q_0 3a = \frac{1}{2} 44.3.1{,}3 = 85{,}8 \text{ [kN]}.$$



фиг. 2

След освобождаване на гредата от външните връзки и заместването им със съответните опорни реакции се получава изчислителната схема, представена на фиг.2. За случая неизвестните опорни реакции са: A_x (в подвижната цилиндрична опора), B_x и B_z (в неподвижната цилиндрична опора). Направленията на тези реакции са известни, а предполагаемите им посоки са нанесени върху изчислителната схема с плътни стрелки.

Съставят се и се решават необходимите уравнения за определяне на търсените неизвестни A_x , B_x и B_z. Стремежът тук е да се получат три независими уравнения с по едно неизвестно. За показаната конструкция (проста греда на две опори) това изискване се удовлетворява, ако се използват *две моментови и едно проекционно уравнения*.

Проекционното (силово) уравнение се съставя за проекциите на силите, действащи по направление на ос z (оста, по която действа само една от трите неизвестни опорни реакции). В него B_x и A_x не участват и като резултат се намира неизвестната реакция B_z :

1) $\sum P_{iz} = 0$; $\quad -P_z + B_z = 0 \quad \therefore \quad B_z = P_z = 12{,}31$ [kN]

Моментовите уравнения се съставят съответно:

- спрямо т. B, като приложна точка на две от неизвестните опорни реакции B_x, B_z и следователно се определя неизвестната A_x :

2) $\sum M_{Bi} = 0$; $\quad -A_x.1{,}3 + R.2{,}6 - P_z.1{,}3 + P_x.3{,}9 - 2M = 0 \quad \therefore$

$$A_x = \frac{85{,}8.2{,}6 - 12{,}31.1{,}3 + 33{,}83.3{,}9 - 24}{1{,}3} = \frac{315{,}02}{1{,}3} = 242{,}32 \text{ [kN]}.$$

- спрямо т. K, като пресечница на директрисите на вече определените по-горе B_z и A_x – оттук следва определянето на опорната реакция B_x :

3) $\sum M_{Ki} = 0$; $\quad R.1{,}3 - P_z.1{,}3 + P_x.2{,}6 - 2M + B_x.1{,}3 = 0 \quad \therefore$

$$B_x = \frac{-85{,}8.1{,}3 + 12{,}31.1{,}3 - 33{,}83.2{,}6 + 24}{1{,}3} = -\frac{159{,}5}{1{,}3} = -122{,}69 \text{ [kN]}.$$

Знакът минус показва, че действителната посока на опорната реакция B_x (нанесена с пунктирана стрелка) е противоположна на първоначално предполагаемата.

Задължителен етап от решаването на задачата е, след намиране на трите неизвестни опорни реакции, да се направи *проверка* на получените резултати. Подходящо за случая е да се реши моментово уравнение спрямо т.D, като по този начин с едно уравнение се проверяват и трите изчислени опорни реакции:

4) $\sum M_{Di} = 0$;

$A_x.2,6 - R.1,3 - 2M - B_x.3,9 - B_z.1,3 = 0$;

$242,32.2,6 - 85,8.1,3 - 24 - 122,69.3,9 - 12,31.1,3 = 0$;

$630,03 - 111,54 - 24 - 478,49 - 16 = 0$;

$630,03 - 630,03 = 0$;

$0 = 0$.