

Задача С 3.1 За показаната на фиг. 1 равнинна система сили да се проведе аналитична редукция за координатното начало т.О. Да се изобразят главният вектор \vec{R} и главният момент \vec{M}_0 .

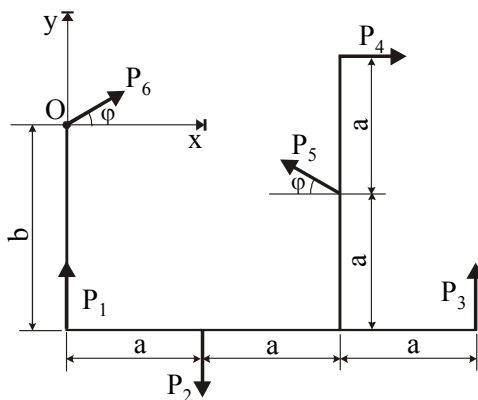
Големините на силите и геометричните размери са както следва:

$$P_1 = 60 \text{ [kN]}; \quad P_2 = 80 \text{ [kN]};$$

$$P_3 = 20 \text{ [kN]}; \quad P_4 = 50 \text{ [kN]};$$

$$P_5 = 40 \text{ [kN]}; \quad P_6 = 30 \text{ [kN]};$$

$$a = 2 \text{ [m]}; \quad b = 3 \text{ [m]}; \quad \varphi = 30^\circ.$$



фиг. 1

Решение:

Силите в общо положение се разлагат на две компоненти (фиг. 2) по направление на двете координатни оси:

$$P_{5x} = P_5 \cos \varphi =$$

$$= 40 \cdot 0,866 = 34,64 \text{ [kN]};$$

$$P_{5y} = P_5 \sin \varphi =$$

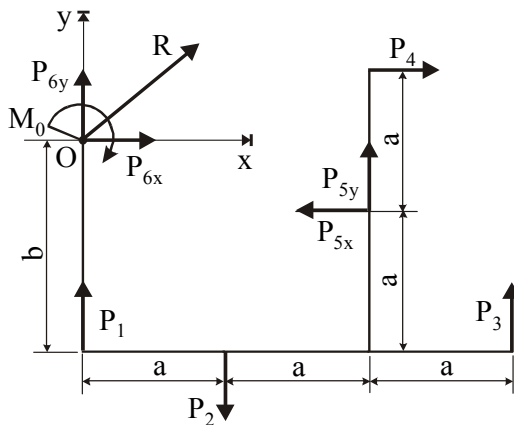
$$= 40 \cdot 0,5 = 20 \text{ [kN]}.$$

$$P_{6x} = P_6 \cos \varphi =$$

$$= 30 \cdot 0,866 = 25,98 \text{ [kN]};$$

$$P_{6y} = P_6 \sin \varphi =$$

$$= 30 \cdot 0,5 = 15 \text{ [kN]}.$$



фиг. 2

Съставлящите (компонентите) на главния вектор се намират съответно като:

$$R_x = \sum P_{ix} = 0 + 0 + 0 + P_4 - P_{5x} + P_{6x} =$$

$$= 50 - 34,64 + 25,98 = 41,34 \text{ [kN]};$$

$$\begin{aligned}
 R_y &= \sum P_{iy} = P_1 - P_2 + P_3 + 0 + P_{5y} + P_{6y} = \\
 &= 60 - 80 + 20 + 20 + 15 = 35 \text{ [kN]};
 \end{aligned}$$

Големина на главния вектор е:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 54,17 \text{ [kN]}.$$

Посоката и направлението му се определят от съответните посочни косинуси:

$$\lambda_R = \cos \alpha_R = \frac{R_x}{R} = \frac{41,34}{54,17} = 0,7632 \quad \therefore \alpha_R = \arccos 0,7632 \rightarrow \alpha_R = 40^\circ 15';$$

$$\mu_R = \cos \beta_R = \frac{R_y}{R} = \frac{35}{54,17} = 0,6461 \quad \therefore \beta_R = \arccos 0,6461 \rightarrow \beta_R = 49^\circ 45'.$$

Проверка: $\lambda_R^2 + \mu_R^2 = 1; \quad 0,7632^2 + 0,6461^2 = 1; \quad 0,9999 \approx 1$

Главният момент на системата се определя от условието:

$$\begin{aligned}
 M_o &= M_{oz} = \sum M_{ozi} = \sum (x_i P_{iy} - y_i P_{ix}) = \\
 &= 0 - P_2 \cdot a + P_3 \cdot 3a - P_4 \cdot (2a - b) + P_{5y} \cdot 2aM - P_{5z} \cdot (b - a) \quad \therefore
 \end{aligned}$$

$$M_o = -160 + 120 - 50 + 80 - 34,64 = -44,64 \text{ [kN.m]}.$$

Тъй като $\vec{R} \neq 0$ и $\vec{M}_o \neq 0$ системата се редуцира до равнодействаща R^* с директриса, успоредно изместена на разстояние

$$d = \frac{|M_o|}{R^*} = \frac{|M_o|}{R} = \frac{44,64}{54,17} = 0,82 \text{ [m]}.$$