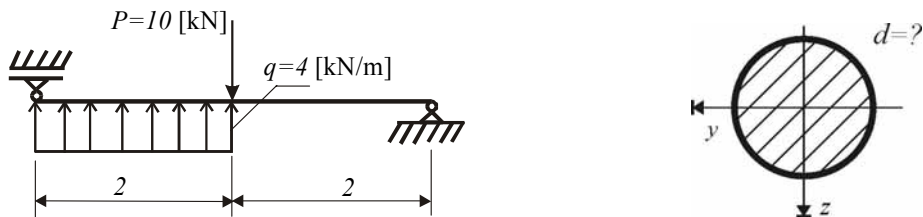


Задача СМ 7.2 За показаната на фиг.1 греди с кръгло напречно сечение да се построят диаграмите на вътрешните усилия и се оразмери напречното сечение, ако допустимото нормално напрежение е $[\sigma] = 80 \text{ [MPa]}$.



фиг. 1

Решение:

1. Определяне на опорните реакции

Определянето на неизвестните опорни реакции е по изчислителната схема, показана на фиг.2 и представените по-долу уравнения.

$$R = q \cdot l = 4 \cdot 2 = 8 \text{ [kN]}.$$

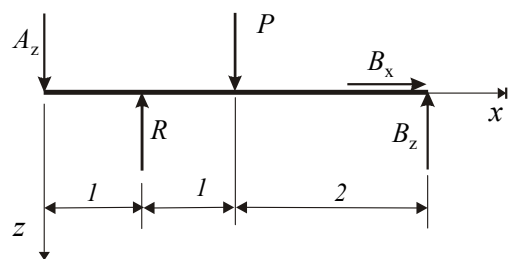
$$\sum P_{ix} = 0; \quad B_x = 0 \text{ [kN]};$$

$$\sum M_{Ai} = 0; \quad R \cdot 1 - P \cdot 2 + B_z \cdot 4 = 0 \quad \therefore$$

$$B_z = (-R \cdot 1 + P \cdot 2) / 4 = 12 / 4 = 3 \text{ [kN.m]};$$

$$\sum M_{Bi} = 0; \quad A_z \cdot 4 - R \cdot 3 + P \cdot 2 = 0 \quad \therefore$$

$$A_z = (R \cdot 3 - P \cdot 2) / 4 = 4 / 4 = 1 \text{ [kN]}.$$



фиг. 2

Проверка: $\sum P_{iz} = 0; \quad A_z - R + P - B_z = 0;$

$$1 - 8 + 10 - 3 = 0; \quad 0 = 0.$$

2. Вътрешни усилия

Разглежданата греда се дели на два участъка.

I участък: $0 \leq x \leq 2$ m (лява част, фиг 3)

$$\sum P_{ix} = 0; \quad N = 0 \text{ [kN]} \rightarrow \text{const};$$

$$\sum P_{iz} = 0; \quad A_z - q \cdot x + Q_z = 0 \quad \therefore$$

$$Q_z = q \cdot x - A_z = 4x - 1 \rightarrow \text{лин. ф-ия на } x; \quad Q_z(0) = -1 \text{ [kN]}; \quad Q_z(2) = 7 \text{ [kN]};$$

$$\sum M_{Cyi} = 0; \quad A_z \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2} + M_y = 0 \quad \therefore$$

$$M_y = q \cdot \frac{x^2}{2} - A_z \cdot x = 2x^2 - x \rightarrow \text{кв. ф-ия на } x$$

$$M_y(0) = 0 \text{ [kN.m]}; \quad M_y(2) = 6 \text{ [kN.m]}$$

Определяне на екстремума:

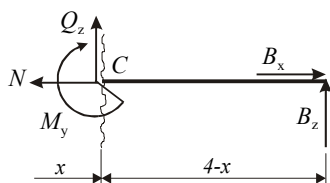
$$Q_z = 4x - 1 = 0; \quad \therefore \quad x = 0,25 \text{ [m]}.$$

Тогава

$$M_y(0,25) = 2 \cdot 0,25^2 - 0,25 = -0,125 \text{ kN.m}$$

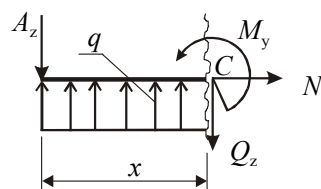
II участък: $2 \leq x \leq 4$ m

(дясна част, фиг. 4)

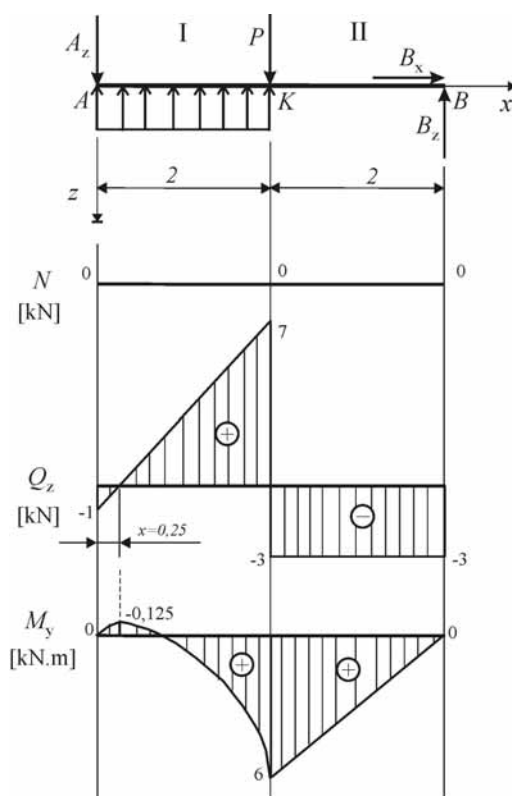


фиг. 4

$$\sum P_{ix} = 0; \quad N = B_x = 0 \text{ [kN]} \rightarrow \text{const};$$



фиг. 3



фиг. 5

$$\sum P_{iz} = 0; \quad -Q_z - B_z = 0 \quad \therefore \quad Q_z = -B_z = -3 \text{ [kN]} \rightarrow \text{const};$$

$$\sum M_{C_{yt}} = 0; \quad -M_y + B_z(4-x) = 0 \quad \therefore \quad M_y = 3(4-x) \rightarrow \text{линейна функция на } x;$$

$$M_y(2) = 6 \text{ [kN.m]}; \quad M_y(4) = 0 \text{ [kN.m]}.$$

Диаграмите на вътрешните усилия са показани на фиг.5. Очевидно разглежданата греда е подложена на специално огъване, защото $N = 0$, $Q_z \neq 0$, $M_y \neq 0$. Заstraшеното сечение от гредата е мястото, където действа максималният огъващ момент $\max |M_y| = 6 \cdot 10^3 \text{ [N.m]} \rightarrow$ при т. К ($x = 2 \text{ m}$). Оразмеряването се провежда именно за това заstraшено сечение.

3. Оразмеряване по допустими нормални напрежения

Необходимият съпротивителен момент на напречното сечение на гредата е

$$W_y^H \geq \frac{\max |M_y|}{[\sigma]} = \frac{6 \cdot 10^3}{80 \cdot 10^6} = 0,075 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^3\text{]} = 75 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^3\text{]}.$$

От друга страна като се вземе предвид формулата за съпротивителен момент на кръгло напречно сечение, следва $W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \geq 75 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^3\text{]}.$

Оттук за диаметъра на сечението се получава

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{75 \cdot 10^{-6} \cdot 32}{3,14}} =$$

$$= \sqrt[3]{764,3 \cdot 10^{-6}} = 9,1 \cdot 10^{-2} \text{ [m]}.$$

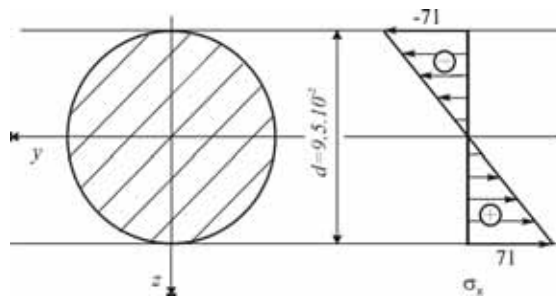
Приема се стандартната стойност $d = 9,5 \cdot 10^{-2} \text{ [m]}.$

Тогава действителният съпротивителен момент на сечението е

$$W_y^D = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot (9,5 \cdot 10^{-2})^3}{32} = 84 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^3\text{]},$$

а за максималните нормални напрежения (при ръбовите точки) - фиг. 6 следва

$$\left. \begin{matrix} \sigma_{x,1} \\ \sigma_{x,2} \end{matrix} \right\} = \pm \frac{\max |M_y|}{W_y^A} = \pm \frac{6 \cdot 10^3}{84 \cdot 10^{-6}} = \pm 0,071 \cdot 10^9 [\text{Pa}] = \pm 71 \cdot 10^6 [\text{Pa}] = \pm 71 [\text{MPa}].$$



фиг. 6

Якостната проверка $\sigma_{x,2} = \pm 71 [\text{MPa}] < [\sigma] = 80 [\text{MPa}]$ е изпълнена и следователно направеното оразмеряване е коректно и размерът $d = 9,5 \cdot 10^{-2} [\text{m}]$ е окончателен.